D.N.

MOVIMIENTO RELATIVO

$\square_{AB} = \square_{AC} + \square_{CB}$ $\quad\quad \square \Rightarrow x, \vec{v}, \vec{a}$

$t_{P \to Q} = \dfrac{\Delta X_{AB}}{V_{AB}}$ $\quad$ NO OLVIDAR LA DIRECCION y/o SENTIDO DE $(x, \vec{v}, \vec{a})$

MOMENTUM

$m\vec{v} = \text{Momentum} = \vec{p}$

Via Segunda ley de newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \sum \vec{F} = \frac{d}{dt} m\vec{p} \Rightarrow \boxed{\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

TRABAJO = $W = \int \vec{F} \cdot dr = \Delta K$

IMPULSO = $\vec{J} = \int \vec{F} dt = \Delta \vec{p}$ $\quad\quad F_{media} \cdot \Delta t = \int_{ti}^{tf} F dt = \Delta \vec{p}$

$$\int_{ti}^{tf} \vec{F}^{Total} = \int_{ti}^{tf} \sum \vec{F} dt = \sum \int_{ti}^{tf} \vec{F} dt$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} \quad W = \Delta K}$$

DINAMICA DE UNA PARTICULA

$$\boxed{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \text{Constante}}$$

PRINCIPIO DE CONSERVACION DEL MOMENTUM

$\vec{P}i = \vec{P}f$

SISTEMAS DE PARTICULAS

- Fuerzas Internas = Se anulan en Pares
- Fuerzas Externas = Son las de interes

NOTA = Las Fuerzas internas no pueden acelerar el sistema (no producen cambios en su velocidad)

F INTERNAS
- Magnetismo

Cumplen la ley de accion reaccion
$f_{ij} = -f_{ji}$

PARA N Particulas

$M = \sum^{N} m_i$

$\vec{F}_{ext} = \sum^{N} m_i a_i \Rightarrow \boxed{\vec{F}_{ext} = M \vec{a}_{sistema}}$

$$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$W_{ext_{A \to B}} + W_{int_{A \to B}} = K_B - K_A$$

DINAMICA DE UN SISTEMA DE PARTICULAS

CUERPO RIGIDO

$W_{int} = 0$, $W_{ext} = \Delta K$

TRABAJO CUERPO RIGIDO

CHOQUES

- Choque directo

Linea de impacto

CONSERVACION DEL MOMENTUM

$$\vec{P}_i^{\,sis} = \vec{P}_F^{\,sis}$$

$$m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i} = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f}$$

[e] = Determina la naturaleza del cuerpo que colisiona

CLAVE = Un momento antes del choque
Un momento despues

$$e = \frac{V_{2f} - V_{1f}}{V_{1i} - V_{2i}}$$

$0 < e < 1$ Choque elastico

- $e = 1$
  Colision Perfectamente elastica
  Se conserva la Energia Cinetica
  $K_i = K_f$

- $e = 0$
  Los cuerpos quedaron unidos y deformados
  Colision Plastica
  $V_{2f} = V_{1f}$

DINAMICA DEL CUERPO RIGIDO

* TRASLACION { Rectilineo / Curvilineo } Todas las particulas se mueven de la misma manera, con la misma velocidad

* ROTACION PURA (EJE FIJO)

NO todas las particulas se mueven con la misma velocidad

$a_N = r_i \omega^2$

$$K_i = \frac{m_i r_i^2}{2} \omega^2$$

$$\boxed{K_R = \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2}$$

$m_i r_i^2$ = Medida de resistencia al movimiento

$V_i = r_i \omega$

$$\boxed{\sum \tau_{iz} = \tau_{neto} = I_z \alpha}$$

ECUACION DE MOVIMIENTO PARA ROTACION PURA

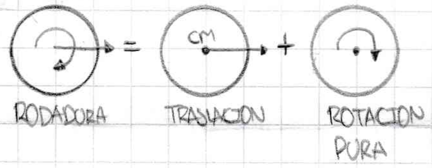
$$\boxed{W_{A \to B} = \int_{\theta_A}^{\theta_B} \tau_{neto}\, d\theta = \Delta K_R \Big|_A^B}$$

TEOREMA DEL TRABAJO PARA ROTACION PURA

* RODADURA (Rodar sin dezlizar)

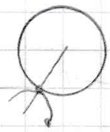
En rodadura la fuerza de fricción no realiza trabajo $\rightarrow$ Rod + Tras = 0

Ecuacion de movimiento



$$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm} + \tau_{cm\,Neto} = I_{cm}\,\alpha$$

Rotacion pura alrededor del Eje instantaneo



$$\sum \tau_i = I_p\,\alpha$$

CONDICION DE RODAR SIN DEZLIZAR

$$\overline{OO'} = \overset{\frown}{PQ} = R\theta = x_{cm}$$

$V_{cm} = R\omega$

$a_{cm} = R\alpha$

Ecuaciones Parametricas de la trayectoria

$x = R(\theta - \operatorname{sen}\theta)$

$y = R(1 + \cos(\pi - \theta))$

$y = R - R\cos\theta$

TRABAJO Y ENERGIA

$$E_i = E_F$$

$$(U_g + U_e + K_T + K_R)_i = (U_g + U_e + K_T + K_R)_F$$

TEOREMA DE LOS EJES PARALELOS

$$\boxed{I_p = I_{cm} + ML^2}$$

$\rightarrow$ Distancia al centro de masa

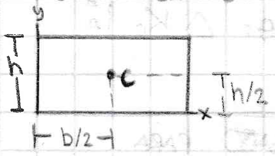
TEOREMA DE LOS EJES PERPENDICULARES

$$\boxed{I_z = I_y + I_x}$$

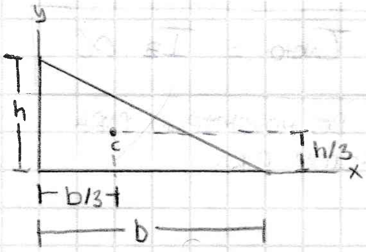
Mg = Traslacional si
Rotacional No

A Menor inercia total mayor velocidad

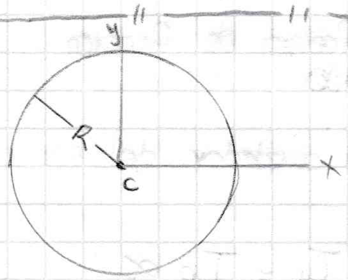
TABLA CENTROS DE MASA



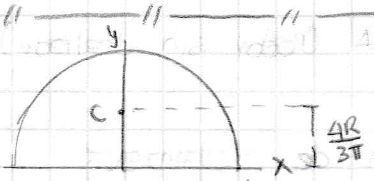
Area = b·h
$X_{cm} = b/2$
$Y_{cm} = h/2$



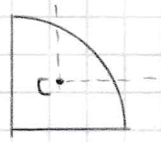
Area = $\frac{1}{2}$ b·h
$X_{cm} = b/3$
$Y_{cm} = h/3$



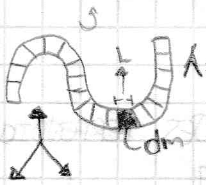
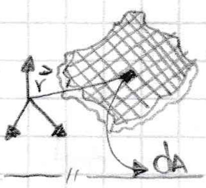
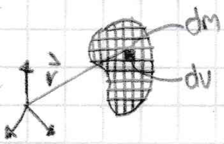
Area = $\pi \cdot R^2$
$X_{cm} = 0$
$Y_{cm} = 0$



Area = $\frac{\pi}{2} R^2$
$X_{cm} = 0$
$Y_{cm} = \frac{4R}{3\pi}$



Area = $\frac{\pi}{4} \cdot R^2$
$X_{cm} = \frac{4R}{3\pi}$
$Y_{cm} = \frac{4R}{3\pi}$

DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE MASA	MOMENTUM DE MASA (1ro)	MOMENTUM DE INERCIA (2do)
DISTRIBUCION LINEAL (D.L) 1D  λ = D.L de masa = $\frac{\text{MASA}}{\text{LONGITUD}} = \frac{dm}{dL}$ $dm = \lambda dL = \vec{R}_{cm}$	$\frac{1}{M} \int \vec{r} \lambda \, dL$	$I_z = \int \lambda r^2 \, dL$
DISTRIBUCION SUPERFICIAL (D.S) 2D  σ = D.S de masa = $\frac{\text{MASA}}{\text{AREA}} = \frac{dm}{dA}$ $dm = \sigma dA = \vec{R}_{cm}$	$\frac{1}{M} \int \vec{r} \sigma \, dA$	$I_z = \int \sigma r^2 \, dA$
DISTRIBUCION VOLUMETRICA (D.V.) 3D  ρ = D.V de masa = $\frac{\text{MASA}}{\text{VOLUMEN}} = \frac{dm}{dv}$ $dm = \rho dv = \vec{R}_{cm}$	$\frac{1}{M} \int \vec{r} \rho \, dv$	$I_z = \int \rho r^2 \, dv$

DISTRIBUCION SUPERFICIAL

$\bar{x} = \frac{M_y}{M}$ $\bar{y} = \frac{M_x}{M}$

$f(x,y)$ = Densidad ; $\iint_D f(x,y)\,dA$ = masa (M) ; centro de masa = $(\bar{x}, \bar{y})$

- MOMENTO DE UNA MASA RESPECTO A UNA RECTO

MASA • [Distancia a dicha recta]

- MOMENTO DE MASA RESPECTO A (x) (M_x)

$$\iint_D y\, f(x,y)\,dA = M_x$$

- MOMENTO DE MASA RESPECTO A (y) (M_y)

$$\iint_D x\, f(x,y)\,dA = M_y$$

- MOMENTO DE INERCIA RESPECTO AL ORIGEN (I_o)

$$\iint_R (x^2+y^2)\, f(x,y)\,dA = I_x + I_y$$

- MOMENTO DE INERCIA RESPECTO AL EJE (x) (I_x)

$$\iint_R y^2\, f(x,y)\,dA = I_x$$

- MOMENTO DE INERCIA RESPECTO AL EJE (y) (I_y)

$$\iint_R x^2\, f(x,y)\,dA = I_y$$

DISTRIBUCION VOLUMETRICA

$\bar{x} = \frac{M_{yz}}{M}$ $\bar{y} = \frac{M_{xz}}{M}$ $\bar{z} = \frac{M_{xy}}{M}$

$f(x,y,z)$ = Densidad ; $\int_E f(x,y,z)\,dv$ = masa (M) ; centro de masa: $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$

- MOMENTO RESPECTO AL PLANO xy (M_{xy})

$$\int_E z\, f(x,y,z)\,dv = M_{xy}$$

- MOMENTO RESPECTO AL PLANO xz (M_{xz})

$$\int_E y\, f(x,y,z)\,dv = M_{xz}$$

- MOMENTO RESPECTO AL PLANO yz (M_{yz})

$$\int_E x\, f(x,y,z)\,dv = M_{yz}$$

- MOMENTO DE INERCIA RESPECTO AL EJE (x) (I_x)

$$\int_E (y^2+z^2)\, f(x,y,z)\,dv = I_x$$

- MOMENTO DE INERCIA RESPECTO AL EJE (y) (I_y)

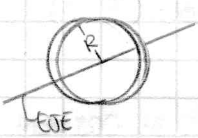
$$\int_E (x^2+z^2)\, f(x,y,z)\,dv = I_y$$

- MOMENTO DE INERCIA RESPECTO AL EJE (z) (I_z)

$$\int_E (x^2+y^2)\, f(x,y,z)\,dv = I_z$$

MOMENTOS DE INERCIA DE OBJETOS PARTICULARES

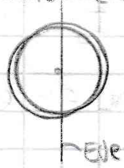
- Anillo (SOBRE EJE SIMETRICO)



$I = MR^2$

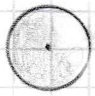
= igual a cilindro pared delgada

- Anillo (sobre un diametro)



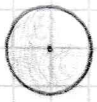
$I = \frac{1}{2} MR^2$

- Esfera Hueca



$I = \frac{2}{3} MR^2$

- Esfera Solida

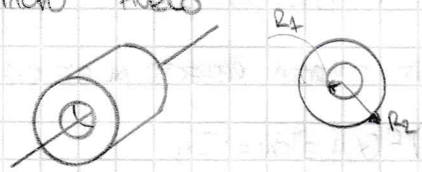


$I = \frac{2}{5} MR^2$

- Cilindro (diametro central) = 0 disco

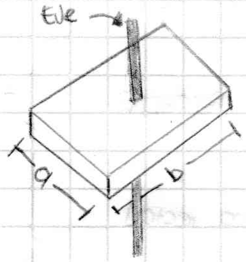
$I = \frac{MR^2}{4} + \frac{ML^2}{12}$

- Cilindro Hueco



$I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2)$

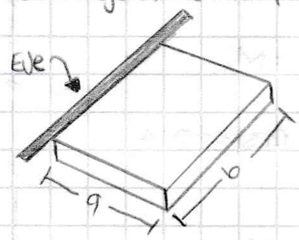
- Placa Rectangular (Eje por el centro)



$I = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$

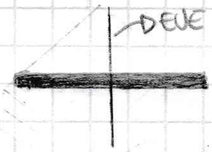
b = el mas largo

- Placa Rectangular (Eje pasa a lo largo del borde)



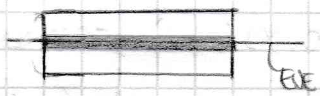
$I = \frac{1}{3} Ma^2$

- Varilla Sobre el centro



$I = \frac{1}{12} ML^2$

- Cilindro (Sobre Eje simetrico) = 0 disco



$I = \frac{MR^2}{2}$ masicos

- Varilla (Sobre un extremo)

$I = \frac{1}{3} ML^2$